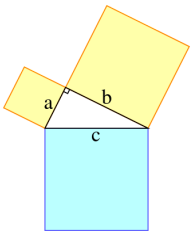
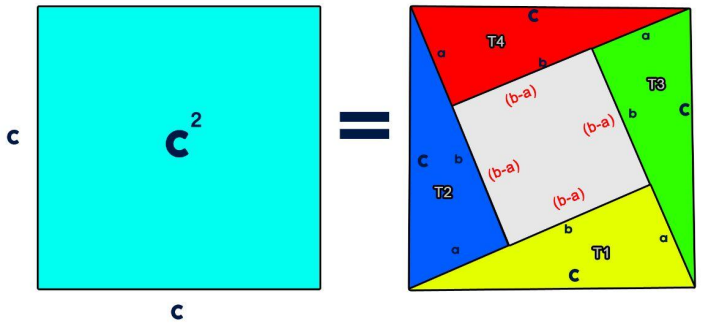
Por Aronny Pivaral

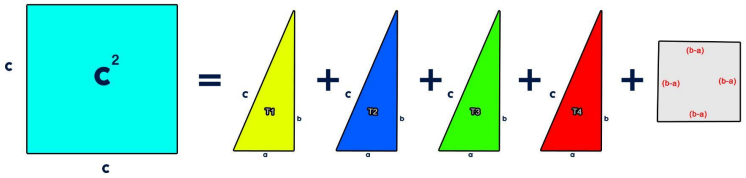
TEOREMA DE PITÁGORAS

"En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos."



Como se puede observar en la pieza plegada, el cuadrado "C" que está formado por 4 triángulos (T1, T2, T3, y T4) y un cuadrado (b-a)





El área del cuadrado $C * C = C^2$

El área total formada por los 4 triángulos T1, T2, T3, y T4 =

$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab = 4 * (\frac{1}{2} * a * b) = 2ab$

El área formada por el cuadrado (b-a) = $(b - a)^2$

Teniendo en cuenta la información presentada, se puede decir que:

$$C^2 = 2ab + (b - a)^2$$

Desarrollando el producto notable se obtiene la siguiente ecuación

$C^2 = 2ab + b^2 - 2ab + a^2$ (simplificamos)

$C^2 = b^2 + a^2$ (ordenamos las variables por orden alfabético)

$$C^2 = a^2 + b^2$$

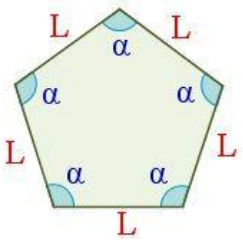
$$C = \sqrt{a^2 + b^2}$$

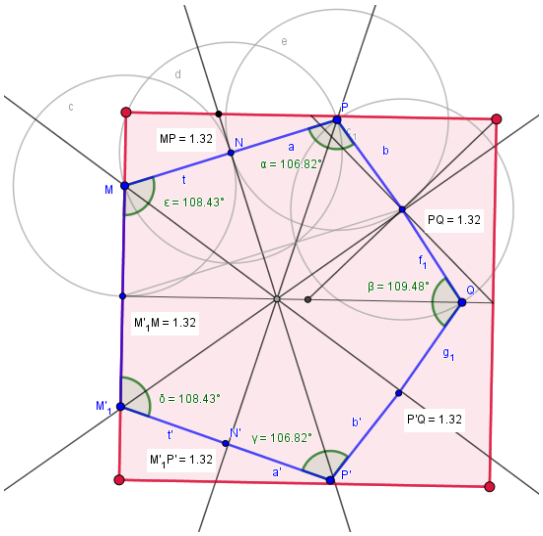
Por sumatorias de áreas, queda demostrado el teorema de Pitágoras.

Por Yamila Aguiar Regini

CONSTRUCCIÓN DE UN PENTÁGONO REGULAR

El pentágono regular, en la geometría plana, es un polígono que tiene cinco vértices, cinco lados iguales y sus ángulos internos congruentes.

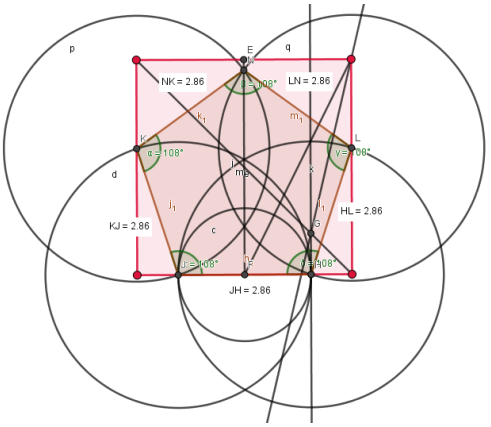




Reproduje la construcción del plegado de papel utilizando el software de GeoGebra. Elegimos las herramientas correspondientes con el concepto geométrico implícito en la construcción por plegado y al finalizar sometimos la construcción al análisis y demostración de la veracidad de esta construcción. Si se calcula la medida de los ángulos internos utilizando la herramienta "ángulo" puede observarse que los ángulos no son todos igual. Sin embargo, dependiendo de la escala inicial de trabajo al utilizar la herramienta "medida o longitud" es posible que los lados del pentágonos aparezcan de igual longitud. Ésto se debe al redondeo de los decimales, si se aumentan los decimales se observará que tampoco los lados tienen igual longitud. Por lo tanto, diremos que la construcción es falsa porque no determina un pentágono regular sino uno irregular.

Por último proponemos una construcción por plegado de papel que surge de una construcción geométrica válida que se apoya en las relaciones de medida generales que están establecidas - y demostradas- en todo pentágono regular. La misma es una variación del origamista Ricardo Hinojosa que leyó en un libro de Kunihiko Kasahara, quien a su vez se la atribuye al libro "Geometric Exercises in Paper Folding" escrito por T. Sundara Row.

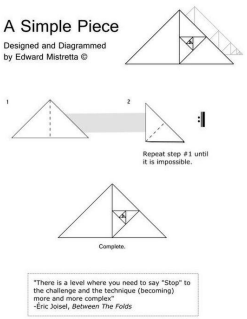
Sometí la construcción al uso de GeoGebra y la misma, claramente, sí cumple con la definición de pentágono regular.

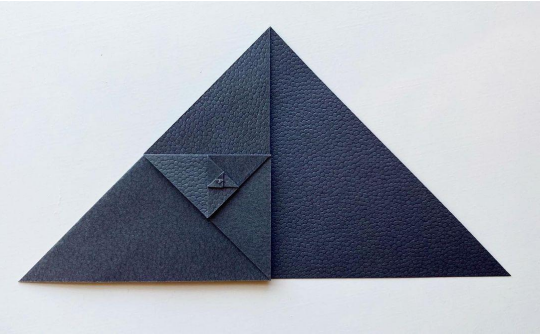


Por Yamila Aguiar Regini

ALGORITMOS RECURSIVOS

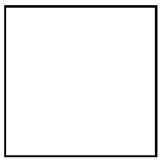
Un algoritmo recursivo es un algoritmo que se invoca a sí mismo durante su propia ejecución.





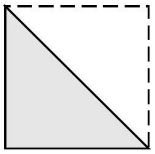
Se desarrolla la construcción de la pieza plegado el papel y aplicando el algoritmo recursivo que dice que traza el doblez que determina la bisectriz del ángulo recto del triángulo isósceles rectángulo.

$n = 0$



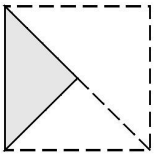
A_0

$n = 1$



$A_1 = \frac{1}{2}.\ A_0$

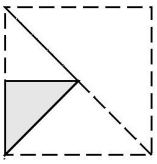
$n = 2$



$A_2 = \frac{1}{2}.\ A_1$

$A_2 = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\ A_0$

$n = 3$

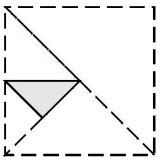


$A_3 = \frac{1}{2}.\ A_2$

$A_3 = \frac{1}{2}.\frac{1}{4}.\ A_0$

$A_3 = \frac{1}{8}.\ A_0$

$n = 4$

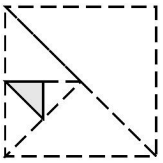


$A_4 = \frac{1}{2}.\ A_3$

$A_4 = \frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\ A_0$

$A_4 = \frac{1}{16}.\ A_0$

$n = 5$



$A_5 = \frac{1}{2}.\ A_4$

$A_5 = \frac{1}{2}.\frac{1}{16}.\ A_0$

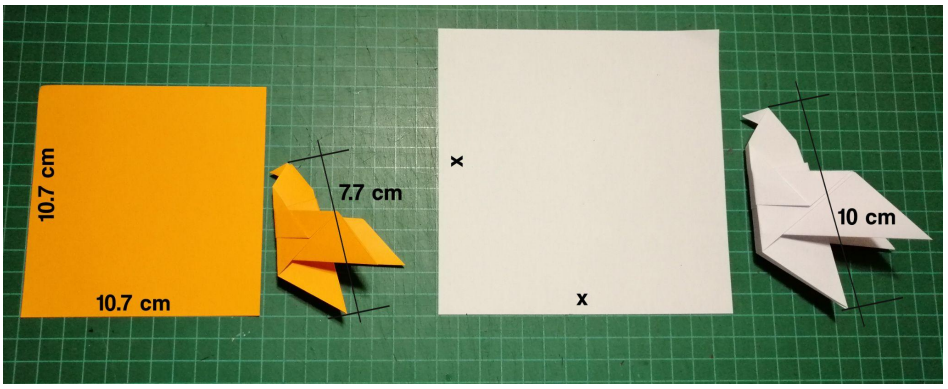
$A_5 = \frac{1}{32}.\ A_0$

De aquí surge que $A_n = \frac{1}{2^n}.\ A_0$ donde A_n es el área del del triángulo isósceles rectángulo en la iteración n y A_0 es el área del cuadrado inicial.

Por Aronny Pivaral

PROPORCIONALIDAD APLICADA AL PLEGADO

"Cuando en la situación considerada sólo intervienen dos pares de números que se corresponden se dice que se establece una proporción."



Al hablar de origami, se puede decir que existe una relación entre la medida inicial del cuadrado de papel y la figura de origami, aprovechando la noción de proporcionalidad y la "regla de 3" simple se puede calcular diferentes medidas en específico.

Se tomará como ejemplo la paloma diseñada por John Montrol, la cual tendrá como referencia, un cuadrado de 10.7 cm x 10.7 cm, dando como resultado una paloma de 7.7 cm medida de la cabeza a la cola.

Mediante esta relación, se pregunta lo siguiente ¿Cuál es la medida del cuadrado de papel si se quiere una paloma de John Montrol, de 10 cm?

Utilizando la "regla de 3" podemos ordenar los datos de la siguiente manera

	Lado del cuadrado de papel	medida de referencia
Paloma inicial	10.70 cm	7.70 cm
Paloma final	*x*	10.00 cm

Por "regla de 3" se puede expresar *x* como:

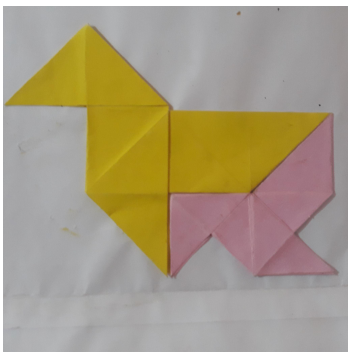
$$x = \frac{(10.00\ cm)*(10.70\ cm\ )}{7.70\ cm} = \frac{107.00\ cm^2}{7.70\ cm} = 13.8961039\ cm\ \simeq 13.90\ cm$$

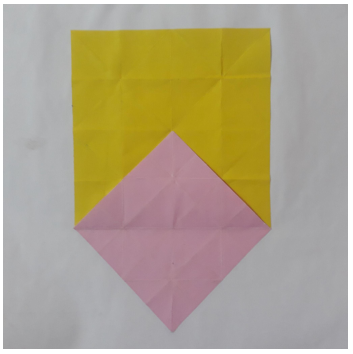
Mediante este procedimiento, se puede cambiar el tamaño de las figuras de origami, en función de lo que se necesita. Cabe mencionar que los resultados pueden variar por la precisión que se tiene al realizar las figuras de origami así como por el número de decimales se utilicen.

Por Yamila Aguiar Regini

SEMEJANZA Y MOSAICOS

"Dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma forma sin importar los tamaños entre ellos."





A partir del plegado de la pajarita de papel, pretendíamos diseñar mosaicos de encastre por contacto, pero la irregularidad en el contorno de la figura no nos permitía simplemente plegar varias pajaritas de igual tamaño y agruparlas sobre un plano o mesa.
Entonces, realizamos dos tipos de construcciones, primero una intuitiva o visual y luego una algebraica para tener certeza de los valores decimales, en las medidas de papel.
Para la primera, pensamos cuáles serían las condiciones de medida semejante que debían tener las pajaritas para ser agrupadas. Observamos que la diagonal del cuadrado de papel con el que hacemos la pajarita pequeña tiene que ser igual al lado del cuadrado del papel con el que hacemos la pajarita grande.
Luego para determinar las medidas específicas, utilizamos el Teorema de Pitágoras para calcular el lado del cuadrado pequeño teniendo en cuenta que su diagonal (h hipotenusa) debe ser igual al tamaño del lado del cuadrado (L lado) de la primera pajarita que hicimos.

$h^2 = a^2 + b^2$ por ser la hipotenusa el lado del cuadrado grande inicial

$L^2 = a^2 + b^2$ por ser un triángulo rectángulo isósceles, tal que el lado a es congruente al lado b y siendo el abc el triángulo resultando al dividir el cuadrado de papel pequeño por su diagonal.

$L^2 = 2.a^2$ dividiendo por dos a ambos miembros de la ecuación.

$\frac{L^2}{2} = a^2$ Aplicando la raíz cuadrada a ambos miembros de la ecuación

$\sqrt{\frac{L^2}{2}} = a$ Aplicando propiedad de las raíces y potencias

$$\frac{L}{\sqrt{2}} = a$$

De aquí se obtiene que al elegir un cuadrado de papel con lado L para plegar la primera pajarita, la siguiente deberá plegarse utilizando un papel cuadrado cuyos lados sean la medida del lado del cuadrado inicial dividido raíz de dos.

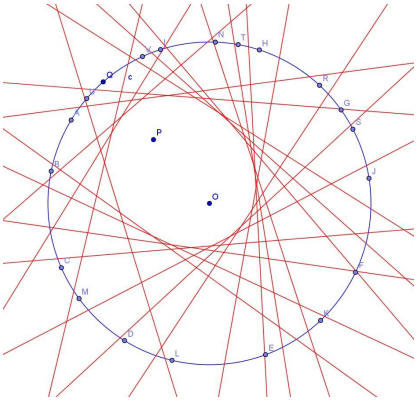
Iniciando con un cuadrado de papel de 30cm por lado se obtienen que las siguientes pajaritas deben plegarse con papeles cuyos lados midan 21,21cm , 15cm, 10,61cm, 7,5cm, 5,3cm, 3,75cm.

Por Yamila Aguiar Regini

CÓNICAS PLEGADAS

A partir de la construcción de la elipse, en este apartado se hará un breve resumen de ideas comparativas entre construcciones por plegado y utilizando GeoGebra.

"La elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante."



Considero que al realizar la construcción de la elipse con el GeoGebra, la actividad cambia completamente. Para empezar, se pierde el factor lúdico que propone el material concreto y la práctica de la indagación y construcción manual de dicho material que requiere y/o sirve de práctica para mejora de la motricidad fina, entre otras cuestiones afines.
A su vez, existe un factor distintivo de las construcciones por plegado. Al plegar superficies se varía la percepción de la forma original, es decir, cuando pliego el papel se modifica la forma porque parte de la superficie se superpone sobre sí misma y el resultado -la marca, el doblez- quedó oculta dentro de ese plegado. El uso de GeoGebra facilitará lo mencionado sobre la percepción espacial, pero principalmente proporciona un cambio significativo y rotundo sobre el procedimiento ya que no es intuitivo ni inmediato el razonamiento de cómo quedan determinadas las rectas -dobleces del papel-.
Si no fuera porque con anterioridad construí la elipse por plegado no creo que hubiera descubierto tan rápidamente, utilizando GeoGebra, que las rectas son las mediatrices entre el punto que pertenece a la circunferencia (llamado Q en el texto) y el que se eligió al azar dentro del círculo de papel (llamado P).
De todos modos, hay que decir también que el uso de GeoGebra nos permite responder nuevos interrogantes. Seguramente en una clase, con quince, veinte o treinta estudiantes, habrá muchas elipses diferentes para observar donde éstas sean más circulares o más ovaladas, más grandes o más pequeñas, pero seguro no estarán todas, ¿qué pasa si P pertenece a la circunferencia? ¿Qué podríamos decir de la elipse que queda determinada según la ubicación de P y la distancia que este punto tiene del centro O? ¿Qué importancia tiene O en esta construcción si al parecer no lo hemos utilizado para determinar las rectas? ¿Es O foco de la elipse o sólo eso parece, podes demostrarlo? Todos estos interrogantes y otros, los podemos responder rápidamente en GeoGebra con la herramienta "elige y mueve" sobre el punto P y eso es, sencillamente, maravilloso.

Finalizando, encontraremos en la comparación de otras construcciones que el abordaje por plegado de papel tiene características de valoración propias y únicas o diferentes a las de otras herramientas de construcción. Así como siempre se revaloriza el uso de GeoGebra por ser un software de geometría dinámica que me permite ver y analizar variaciones de una misma construcción.